

Ein einfacher Versuch zur Bestimmung der Stärke des Erdmagnetfeldes

Roland Berger und Markus Schmitt

FB 18/Physikdidaktik, Universität Gh Kassel, 34109 Kassel

Lässt man ein Verlängerungskabel im Erdmagnetfeld rotieren, so wird eine an den Kabelenden abgreifbare Induktionsspannung erzeugt, die mit Hilfe eines Verstärkers nachgewiesen werden kann ([1], Abb. 1). Dieser Versuch lässt sich im Rahmen des Unterrichts zur Elektrodynamik in der Oberstufe mit einfachen Mitteln auch quantitativ auswerten und bietet so die Möglichkeit, ohne großen Aufwand auf durchsichtige und elegante Weise die Stärke des Erdmagnetfeldes direkt zu bestimmen.



Abb. 1: Durch die Rotation des Verlängerungskabels im Erdmagnetfeld wird darin eine elektrische Spannung induziert. Die Bedeutung der Induktionsspule wird in Abschnitt 3 erläutert.

1. Stärke des Erdmagnetfeldes

Die auf diese Art erzeugte Wechselspannung lässt sich an den Enden des Kabels abgreifen. Dabei wird ein Pol des Steckers und die zugehörige (!) Buchse zunächst an den Eingang einer Operationsverstärkerschaltung angeschlossen und das z.B. um den Faktor 100 oder 1000 verstärkte Signal am Oszilloskop beobachtet (Abb. 2).

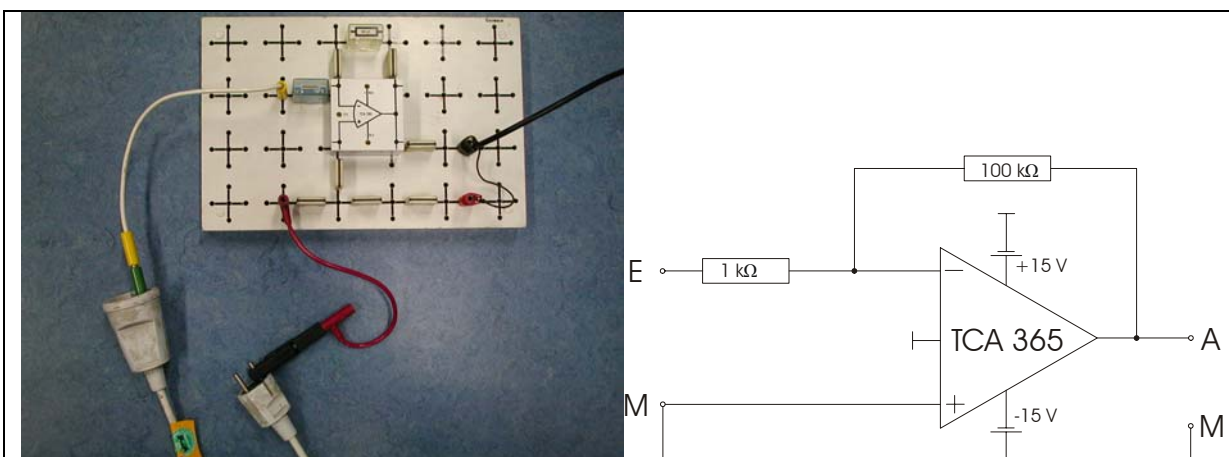


Abb. 2: Links: Die induzierte Spannung wird von den Enden des Kabels abgegriffen und einer

(invertierenden) Operationsverstärkerschaltung zugeführt. Die verstärkte Spannung (abgegriffen mit dem Kabel rechts) wird am Oszilloskop beobachtet. Rechts: Schema der Schaltung. Die induzierte Spannung wird an die Eingänge E und M gelegt. Die verstärkte Spannung wird über die Ausgänge A und M dem Oszilloskop zugeführt. Der Verstärkungsfaktor von 100 ist durch das Verhältnis der beiden Widerstände gegeben. Nähere Informationen zu Operationsverstärkerschaltungen sind z.B. in [2] zu finden.

Die induzierte Spannung lässt sich leicht aus dem Induktionsgesetz berechnen:

$$U = -B_0 \cdot \frac{dA(t)}{dt} = -B_0 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \hat{A} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right),$$

wobei T die Periodendauer, also die Zeit für eine

volle Umdrehung des Kabels ist. B_0 ist der Betrag des Erdmagnetfeldes, wenn die Achse der Kabeldrehung in Ost-West-Richtung orientiert ist. \hat{A} ist die vom Verlängerungskabel und seiner Drehachse eingeschlossene Fläche. Die Amplitude der Wechselspannung beträgt daher

$$\hat{U} = B_0 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \hat{A} \quad (1)$$

Ist das Induktionsgesetz gültig, so muss das Produkt aus dieser Amplitude und der Periodendauer T daher unabhängig von der Drehfrequenz sein.

Abb. 3 zeigt den zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung für zwei unterschiedlich große Drehfrequenzen. Das Produkt aus \hat{U} und T ist in beiden Fällen etwa gleich groß. Dieses Ergebnis stützt die Vermutung, dass die beobachtete Spannung tatsächlich durch Induktion zustande kommt und kann das Vertrauen der Schülerinnen und Schüler in die Gültigkeit des Induktionsgesetzes stärken.

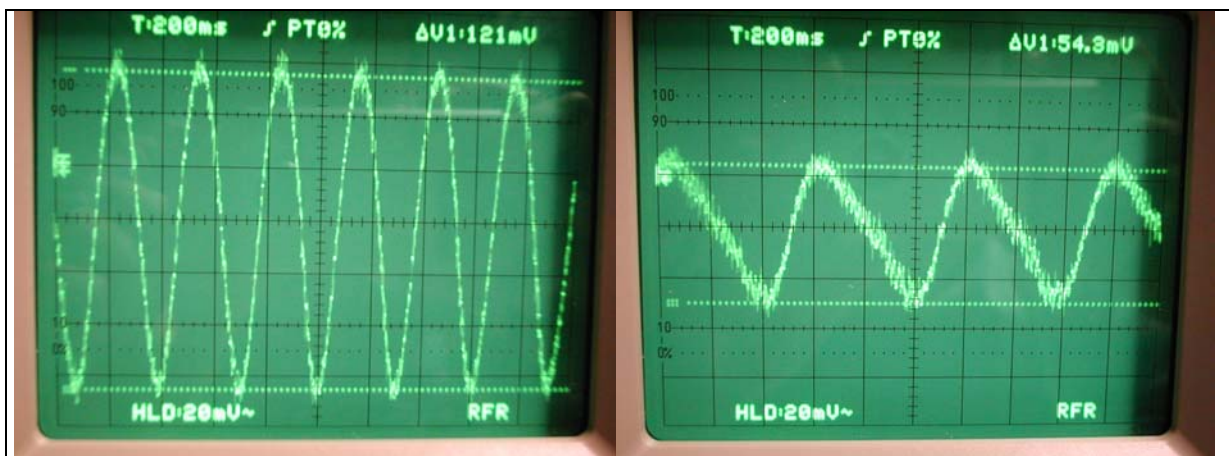


Abb. 3: An den Kabelenden induzierte Spannung für zwei verschiedene Rotationsfrequenzen. Bei schneller Rotation (links) beträgt die Amplitude etwa 0,60 mV, die Periodendauer 0,30 s. Bei der langsamen Rotation hat die Amplitude einen Wert von 0,27 mV und die Periodendauer beträgt 0,60 s. Das Produkt aus Amplitude und Periodendauer ist entsprechend der Gleichung (1) in beiden Fällen etwa gleich groß. (Die Spannungen wurden durch eine invertierende Operationsverstärkerschaltung vorher jeweils um den Faktor 100 verstärkt).

Aus Gleichung (1) ergibt sich die Stärke des Erdmagnetfeldes zu

$$B_0 = \frac{\hat{U} \cdot T}{2\pi \cdot \hat{A}} \quad (2)$$

Die Fläche \hat{A} kann dadurch abgeschätzt werden, dass das Verlängerungskabel an die Tafel gehängt wird und die Zahl der von ihm mit der Rotationsachse $y=h$ eingeschlossenen Kästchen gezählt wird (Abb. 4).

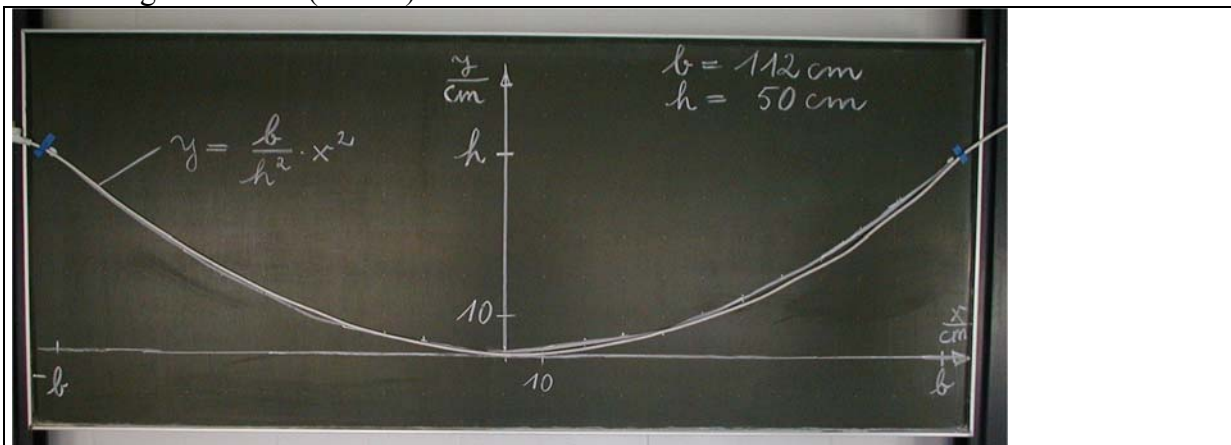


Abb. 4: Um die Fläche zwischen dem Kabel und seiner Drehachse ($y=h$) zu bestimmen, wird es an den Aufhängepunkten (b,h) und $(-b,h)$ an die Tafel geklebt. Die eingezeichnete Parabel stimmt in guter Näherung mit der Form des frei hängenden Kabels überein.

Eine genauere Bestimmung der vom Kabel eingeschlossenen Fläche kann durch Integration erhalten werden. Dazu wird die Form des hängenden Kabels durch eine Parabel

$$y = \frac{b}{h^2} \cdot x^2 \text{ angenähert}^1. \text{ } b \text{ ist dabei der halbe Abstand der Aufhängepunkte und } h \text{ der}$$

Durchhang. Es handelt sich um eine gute Näherung, denn die Abweichungen der Parabel von der tatsächlichen Form des Kabels ist gering² (Abb. 4). Wie eine Videoaufnahme zeigt, ändert sich diese parabolische Form bei der Rotation kaum. Die gesuchte Fläche zwischen dem

Kabel und der Geraden $y=h$ ist daher durch $\hat{A} = 2b \cdot h - \frac{h}{b^2} \cdot \int_{-b}^b x^2 = 2bh - \frac{2}{3}hb = \frac{4}{3}bh$ gegeben.

Setzt man dies in die Gleichung (2) ein, so erhält man $B_0 = \frac{3}{8\pi \cdot b \cdot h} \cdot \hat{U} \cdot T$. Mit den Werten

für \hat{U} und T aus Abb. 3 sowie b und h aus Abb. 4 ergibt sich ein Wert für B_0 von $38 \mu\text{T}$ bzw. $35 \mu\text{T}$. Diese Werte stimmen gut mit dem Ergebnis einer Messung mit der Hallsonde überein.

2. Überlegungen zum Inklinationswinkel

Um zu beobachten, bei welchen Drehwinkeln die induzierte Spannung Null ist, wird in der Mitte des Kabels ein kleiner, aber starker Magnet aufgeklebt. Dieser induziert beim Vorbeiflug an der Induktionsspule einen kurzen Spannungsimpuls (Abb. 1). Die Induktionsspule wird bei rotierendem Kabel so justiert, dass dieser Spannungsimpuls zeitgleich mit dem Nulldurchgang der Wechselspannung auftritt (Abb. 5).

¹ Aus dem Ansatz $y = m \cdot x^2$ ergibt sich mit der Forderung $h = y(\pm b) = m \cdot b^2$ der Parameter m zu $m = \frac{h}{b^2}$

² Man kann zeigen, dass die Form des hängenden Kabels durch die so genannte „Kettenlinie“

gegeben ist [3]. Für $x \ll a$ ist $\cosh\left(\frac{x}{a}\right) \approx 1 + \frac{x^2}{2a^2}$, also die Gleichung einer Parabel.

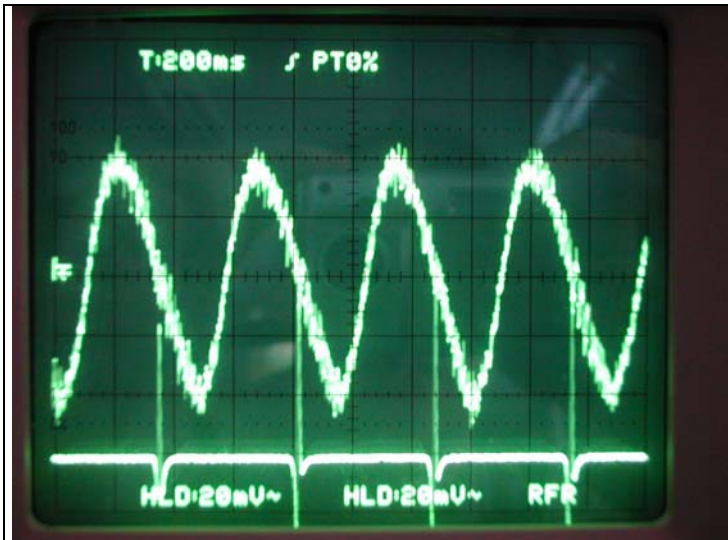


Abb. 5: Durch einen kleinen Magneten, der in der Mitte auf das rotierende Kabel geklebt wurde, wurden beim Vorbeiflug in der Induktionsspule aus Abb. 1 Spannungsimpulse induziert (unten). Die Spule wurde so justiert, dass diese Impulse beim Nulldurchgang der durch das Magnetfeld im Kabel induzierten Spannung (oben) auftraten.

Das Verschwinden der induzierten Wechselspannung bedeutet, dass sich die Elektronen im Kabel momentan parallel zum Erdmagnetfeld bewegen, denn nur dann ist die Lorentzkraft gleich Null. In diesem Moment steht das vom geographischen Südpol zum Nordpol orientierte Magnetfeld senkrecht auf der durch das Kabel aufgespannten Fläche (Abb. 6). Der Winkel α zwischen der Vertikalen und der Verbindungslinie von der Drehachse zur Spule stimmt gut mit dem Inklinationswinkel überein, der mit einer Inklinationsnadel gemessen wurde. Diese Konsistenz bestätigt erneut, dass das Erdmagnetfeld tatsächlich die Ursache der beobachteten Wechselspannung ist.

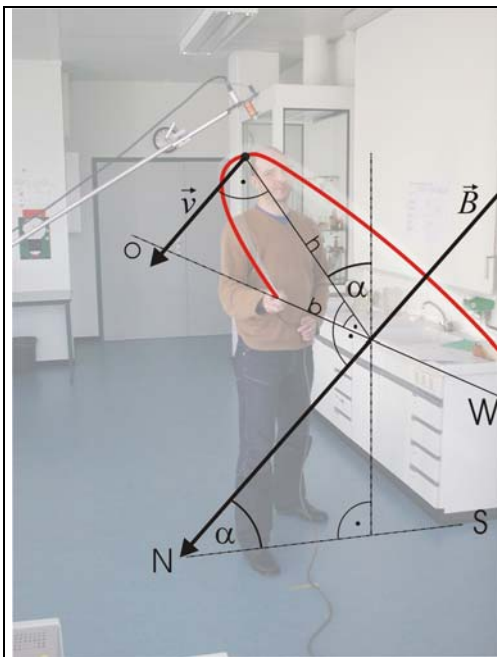


Abb. 6: Dargestellt ist der Moment, in dem die Elektronen im Verlängerungskabel parallel zum Magnetfeld der Erde rotieren. Der Feldvektor steht damit senkrecht auf der durch das Kabel aufgespannten Fläche. Deshalb wird zu diesem Zeitpunkt keine Spannung im Kabel induziert. Der Neigungswinkel α der durch das Kabel aufgespannten Ebene gegen die Vertikale ist dann gleich dem Inklinationswinkel des Erdmagnetfeldes.

3. Kräfte auf die Elektronen

Auf die Elektronen im Verlängerungskabel wirken bei der Drehung drei verschiedene Kräfte. Die Gewichtskraft ist zeit- und ortsunabhängig, die Zentripetalkraft hängt nur vom Ort ab und die Lorentzkraft variiert in der Zeit und mit dem Ort.

Für das Verhältnis der maximalen Lorentzkraft $B_0 \cdot e \cdot v$ zur für die Rotationsbewegung nötige Zentripetalkraft $m\omega^2 r$ ergibt sich mit $v = \omega r$ bei einer typischen Periodendauer von $T=0,5$ s ein Verhältnis von $\frac{F_L}{F_Z} = \frac{e}{m} \cdot \frac{B_0}{\omega} = 5 \cdot 10^5$. Trotz der geringen Feldstärke ist die Lorentzkraft

also viel größer als die Zentripetalkraft. Interessant ist auch, dass das Verhältnis unabhängig von r , also für alle Elektronen im Kabel gleich ist. Die Gewichtskraft eines Elektrons in der

Mitte des Kabels ist etwa um den Faktor $\frac{F_Z}{F_G} = \frac{\omega^2 h}{g} = 10$ kleiner als die Zentripetalkraft.

Dieses Verhältnis verringert sich aber zu den Kabelenden rasch. Das ist, zusammen mit der geringen Dehnbarkeit des Verlängerungskabels, der Grund dafür, dass die Kabelform auch während der Rotation gut durch eine Parabel zu nähern ist.

4. Zusammenfassung

Durch Bestimmung der an den Enden eines Verlängerungskabels induzierten Spannung lässt sich auf einfache Weise das verhältnismäßig schwache Erdmagnetfeld auf motivierende Weise überraschend genau bestimmen. Der Versuch bietet die schöne Möglichkeit, experimentelle und theoretische Aspekte sinnvoll und vielschichtig zu verknüpfen und damit einem wesentlichen Anliegen des Physikunterrichts zu entsprechen. In diesen Rahmen lassen sich bereits behandelte physikalische Inhalte wieder aufgreifen und somit eine Vernetzung des Wissens fördern. Das rotierende Kabel ist auch ein Beispiel für einen einfachen Generator und eignet sich somit zwanglos als Einstieg in die Wechselstromlehre.

Literatur

- [1] Brandt, R. (1996). Seilspringen im Erdmagnetfeld und eine UFO-Warnanlage. Unterricht-Physik Nr. 32, S. 16-17
- [2] Pütz, J. (Hrsg.)(1995). Arbeitspraxis Elektronik. Köln: VGS
- [3] Bronstein, I.N. & Semendjajew, K.A. (1983). Taschenbuch der Mathematik. Leipzig: Teubner