

Beispiele zur nichtstationären Wärmeleitung – durch Abschätzungen für die Schule greifbar gemacht

Roland Berger

Einleitung

In einem bekannten Schulversuch zur Wärmeausbreitung werden verschiedene Stäbe von gleichen Abmessungen jeweils an einem Ende in gleicher Art erwärmt. Mit Hilfe von Temperaturfühlern wird festgestellt, daß sich die Stäbe verschieden schnell erwärmen. In der Erklärung dieses Versuchs wird dieses Ergebnis oft allein auf die unterschiedliche Wärmeleitfähigkeit der Materialien zurückgeführt. Diese Interpretation ist nicht vollständig /1/. Beispielsweise hat Blei eine geringere Wärmeleitfähigkeit als Eisen, die Temperatur steigt aber in Blei schneller! Wesentlich sind nämlich neben der Wärmeleitfähigkeit auch die Massendichte und die spezifische Wärmekapazität der Materialien: Ein kälteres Masselement muß erst erwärmt werden, bevor es seinerseits dem Nachbarelement Wärmeenergie zuführen kann. Da Eisen eine fast viermal so große spezifische Wärmekapazität wie Blei hat, ergibt sich, daß der Temperaturanstieg im Eisenstab langsamer erfolgt als im Bleistab, obwohl Eisen die höhere Wärmeleitfähigkeit hat.

Dieses Experiment ist ein Beispiel für ein thermodynamisches System im Nichtgleichgewicht: Die Temperatur hängt sowohl vom Ort als auch von der Zeit ab. Für eine korrekte qualitative Interpretation solcher Systeme ist es sinnvoll, ein Maß für die typische Größenordnung für die Zeitspanne einzuführen, die ein Nichtgleichgewichtssystem benötigt, um

durch Wärmeleitung im wesentlichen in einen zeitunabhängigen (stationären) Zustand zu gelangen. Diese Zeitspanne nennt man thermische Ausgleichszeit. Ihre Größenordnung liegt im betrachteten Beispiel, je nach Geometriedimension, im Bereich von einigen Sekunden. Bei der Erwärmung der Mauern eines ausgekühlten Hauses durch eine Heizung beträgt die thermische Ausgleichszeit typischerweise Stunden bis Tage.

Die Größe der thermischen Ausgleichszeit liefert darüber hinaus ein Kriterium, ob ein Vorgang stationär oder nichtstationär ist: Ist eine Zeitspanne verstrichen, die groß gegenüber der thermischen Ausgleichszeit ist, so ist ein vorher instationärer zum stationären Vorgang geworden.

Erschwerend bei der Diskussion von Ausgleichsvorgängen (z.B. auch des Teilchendichteausgleichs in Systemen mit Dichtegradient) ist die Tatsache, daß sie in der Regel mathematisch durch partielle Differentialgleichungen beschrieben werden. Diese haben neben ihrer Unanschaulichkeit auch den großen Nachteil, daß sie auf Schulniveau kaum zu vermitteln sind. Der Zugang zu einer ganzen Reihe von interessanten und wichtigen thermodynamischen Nichtgleichgewichtsvorgängen scheint ohne fundierte Kenntnisse der höheren Mathematik versperrt zu sein.

Oft ist jedoch nicht der genaue, durch die Differentialgleichung beschriebene zeitliche Verlauf des Ausgleichs von Interesse, sondern le-

diglich die Größenordnung der thermischen Ausgleichszeit. Dies eröffnet die Möglichkeit, durch einfache und physikalisch durchsichtige Abschätzungen quantitative Erkenntnisse über Ausgleichsvorgänge zu gewinnen.

Im folgenden wird zunächst ein einfaches Modellsystem diskutiert. Dazu wird die exakte Lösung der Wärmeleitungsgleichung angegeben. Anschließend wird eine elementare Abschätzung der thermischen Ausgleichszeit vorgenommen. Die Qualität dieser Abschätzung zeigt sich durch Vergleich mit der exakten Lösung. Ein leicht durchzuführendes Bestätigungsexperiment schließt sich an.

Einige Anwendungen zeigen die Vielfältigkeit der Phänomene, die auf die beschriebene Art bereits mit schulischen Mitteln erschlossen werden können.

Lösung der Wärmeleitungsgleichung

Als einfaches Modellsystem betrachten wir eine unendlich ausgedehnte Platte der Dicke d . Diese habe am Anfang die Temperatur T_0 und werde zum Zeitpunkt $t = 0$ in einem Wärmebad der konstanten Temperatur T_a (Außentemperatur) abgekühlt. Gesucht ist der örtliche und zeitliche Temperaturverlauf im Inneren der Platte. Die Wärmeleitungsgleichung für dieses quasi-eindimensionale Problem lautet

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

Dabei ist T die orts- und zeitabhängige absolute Temperatur und

$$D = \frac{\lambda}{\rho c}$$

die Temperaturleitfähigkeit; λ , ρ und c sind die Wärmeleitfähigkeit, Massendichte bzw. spezifische Wärmekapazität (für die Rechnung werden sie als temperaturunabhängig angenommen); die x -Achse steht senkrecht auf der Plattenoberfläche, der Koordinatenursprung befindet sich am linken Rand der Platte (Bild 1).

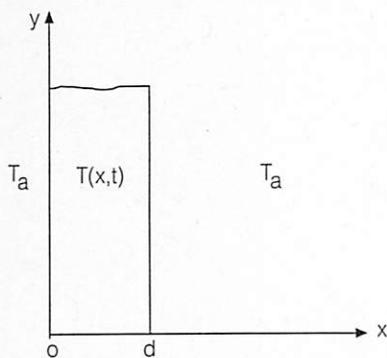


Bild 1

Eine Lösung von Gl. (1) ist /2/ (2)

$$T(x,t) = T_a + \sum_{n=1}^{\infty} s_n \cdot \sin(k_n \cdot x) \cdot \exp\left(-n^2 \cdot \frac{t}{\tau}\right)$$

mit $\tau = \frac{d^2}{\pi^2 D}$ (3)

sowie $k_n = \frac{n \cdot \pi}{d}$,

und $s_n = \begin{cases} \frac{4 \cdot (T_0 - T_a)}{n\pi} & \text{für } n = 1, 3, 5, \dots \\ 0 & \text{für } n = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$

wenn die Abkühlung zum Zeitpunkt $t=0$ beginnt. Gleichung (2) genügt damit den Anfangs- bzw. Randbedingungen:

$$T(x,t) = \begin{cases} T_a & \text{in } x = 0 \text{ und } x = d \text{ für } t \geq 0 \\ T_0 & \text{in } 0 < x < d \text{ für } t = 0 \end{cases}$$

An dem Quotienten t/τ in den Exponentialfaktoren der Gleichung (2) erkennt man, daß der Wert von τ eine typische Zeitskala für den Temperaturverlauf ist: Steigt τ durch geeignete Wahl des Materials z.B. auf den doppelten Wert, so dauert es auch doppelt so lange, bis eine bestimmte Temperatur erreicht ist. So wie für dieses Problem lassen sich auch für andere durch Wärmeleitung verursachte Ausgleichsvorgänge typi-

sche Zeitskalen angeben, deren Wert ein Maß für die jeweilige thermische Ausgleichszeit ist.

Elementare Abschätzung eines typischen Zeitmaßstabes

Im folgenden soll ein Zeitmaßstab für das im vorhergehenden Abschnitt beschriebene Problem abgeschätzt werden. Die Brauchbarkeit dieser Abschätzung wird sich beim Vergleich mit der Gleichung (3) zeigen.

Wir betrachten zunächst einen Quader der Dicke d mit quadratischen Seitenflächen der Kantenlänge a . Die Masse des Quaders sei m . Es werden die oben beschriebenen Randbedingungen angenommen. Die im Verlauf des Abkühlvorgangs insgesamt abzuführende Wärmeenergie beträgt

$$W = c \cdot m \cdot (T_0 - T_a) = c \cdot \rho \cdot a^2 \cdot d \cdot (T_0 - T_a). \quad (4)$$

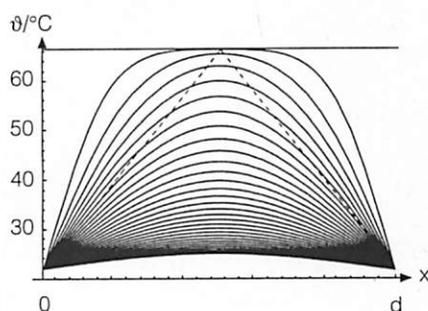


Bild 2

Den mit Hilfe der Gleichung (2) berechneten räumlichen und zeitlichen Verlauf der Temperatur in der Platte zeigt Bild 2 jeweils im zeitlichen Abstand von 15 Sekunden. Die Wärmestromdichte j ist nach dem Fouriergesetz $j = \lambda \cdot \frac{dT}{dx}$ durch die Steigung des momentanen $T(x)$ -Graphen gegeben. Für eine einfache Abschätzung des für den Temperaturengleich typischen Zeitmaßstabes wird als eine einfache Näherung des Temperaturverlaufs in der Platte ein zeitunabhängiger, linearer Temperaturverlauf angenommen (gestrichelte Strecken in Bild 2). Dadurch wird der Wärmestrom an den Grenzflächen der Platte zunächst unterschätzt, zu späteren Zeitpunkten aber überschätzt; man kann vermuten, daß durch diese Gegenläufigkeit der Schätzfehler sich eine einigermaßen brauchbare Näherung für die so über

die Ausgleichszeit gemittelte Wärmestromdichte ergibt. Der Wärmestrom P (Energie pro Zeit) ist das Produkt aus Wärmestromdichte und der Fläche, über die der Wärmestrom abfließt:

$$P = j \cdot A = \lambda \cdot \frac{T_0 - T_a}{\frac{d}{2}} \cdot a^2 \cdot 2 \quad (5)$$

(Faktor 2, da die Abkühlung über beide Quadratseiten erfolgt).

Um ein Maß für die notwendige Ausgleichszeit zu erhalten, bilden wir aus Dimensionsgründen den Quotienten aus der im System enthaltenen Wärmeenergie W und dem Wärmestrom P . Diese Zeit nennen wir im folgenden Relaxationszeit Ω .

Für unser Beispiel ergibt sich aus den Gleichungen (4) und (5)

$$\Omega = \frac{W}{P} = \frac{c\rho}{4\lambda} d^2 = \frac{d^2}{4D}. \quad (6)$$

Wir vergleichen mit der exakten Lösung: Ω ist bis auf den Faktor $\frac{\pi}{4} \approx 2,5$ gleich der in Gleichung (3) gegebenen charakteristischen Zeit τ . Man kann daher die abgeschätzte Relaxationszeit als ein gutes Maß für die thermische Ausgleichszeit betrachten. Bemerkenswert ist die Unabhängigkeit dieses Ausdrucks von der Anfangs-Temperaturdifferenz $T_0 - T_a$: Wird diese Differenz z.B. verdoppelt, so muß zwar doppelt soviel Wärmeenergie abfließen. Dies geschieht aber durch einen im Mittel doppelt so großen Wärmestrom. Sind andere Probengeometrien gegeben, so läßt sich die Relaxationszeit völlig analog abschätzen:

Körpergeometrie	Relaxationszeit Ω
Kugel (Radius d)	$\frac{d^2}{3D}$
langer Zylinder (Radius $d \ll$ Länge)	$\frac{d^2}{2D}$
Würfel (Kantenlänge d)	$\frac{d^2}{D}$

Die Relaxationszeit ist also bis auf Faktoren der Größenordnung Eins unabhängig von der speziellen Geometrie des Körpers durch den Quotienten aus dem Quadrat der jeweiligen Lineardimension und der Temperaturleitfähigkeit gegeben (vgl. auch /3/). Die gleichen Überlegungen gelten natürlich für die Relaxationszeit bei Erwärmung eines Körpers.

Experimentelle Untersuchung

Das experimentell untersuchte System ist eine quaderförmige Platte aus dem Kunststoff Polyoxymethylen mit quadratischen Seitenflächen der Kantenlänge $a = 10,0$ cm und der Dicke $d = 1,5$ cm. Nach Erwärmung auf die Temperatur T_0 wird die Platte zwischen zwei Aluminiumzylindern mit einer Kantenlänge von ca. 20 cm abgekühlt (Bild 3). Die Aluminiumkörper sind genügend groß gewählt, so daß sie sich während des Abkühlens der Kunststoffplatte selbst nur unwesentlich erwärmen. Die quadratischen Seiten der Kunststoffplatte werden dünn mit einer Wärmeleitpaste bestrichen, um einen guten Wärmeübergang zum Aluminium zu gewährleisten. An einer Schmalseite wird eine Bohrung so angebracht, daß mit einem eingeführten elektrischen Thermometer die Temperatur in der Mitte der Platte gemessen werden kann. Die in der rechnerischen Simulation verwendeten Näherungen werden von diesem Experiment gut erfüllt:

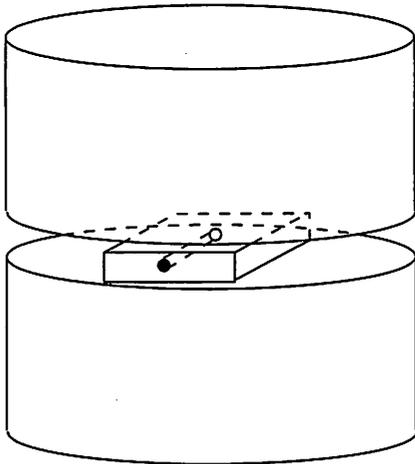


Bild 3

1. Unendliche Ausdehnung der Frontflächen

Diese Näherung ist sinnvoll, da der Wärmestrom über die Seiten der Platte wegen der kleineren Fläche ($4 \times 1,5$ cm \times 10 cm im Vergleich zu 2×10 cm \times 10 cm) und vor allem wegen der im Vergleich zum Aluminium geringen Wärmeleitfähigkeit der mit den Schmalseiten in Kontaktstehenden Luft (234 Wm $^{-1}$ K $^{-1}$ bzw. ca. $0,03$ Wm $^{-1}$ K $^{-1}$) sehr klein ist. Die Konvektion spielt keine Rolle: Läßt man den Quader ohne Aluminium an der Luft abküh-

len, so dauert der Ausgleich ca. eine Stunde und ist damit um einen Faktor 10 länger als mit Aluminium.

2. Zeitunabhängige Temperatur der Frontflächen

Diese Näherung ist gut erfüllt, da die Aluminiumkörper ein so großes Volumen haben, daß sie sich während des Abkühlvorgangs nur geringfügig erwärmen. Wesentlich ist zudem, daß die Wärmeenergie wegen der im Vergleich zu der des Kunststoffs ($0,31$ Wm $^{-1}$ K $^{-1}$) sehr guten Wärmeleitfähigkeit von Aluminium rasch abfließt.

Die im Versuch gemessene Temperatur in der Mitte der Probe ($x = 0$) wird mit dem aus der theoretischen Behandlung erhaltenen Ausdruck $T\left(x = \frac{d}{2}, t\right) = T_a + \sum_{n=1}^{\infty} s_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \exp\left(-n^2 \frac{t}{\tau}\right)$ verglichen. Dieser Term ergibt sich mit $x = d/2$ aus Gleichung (2).

Für die Rechnung werden folgende Materialparameter von Polyoxymethylen (Herstellerangaben) benutzt:

Wärmeleitfähigkeit: $0,31$ Wm $^{-1}$ K $^{-1}$

Massendichte: $1,42 \times 10^3$ kgm $^{-3}$

spezifische Wärmekapazität: $1,5$ kJkg $^{-1}$ K $^{-1}$.

Ihr zeitlicher Verlauf ist in Bild 4a dargestellt. Die Rechnung und das experimentelle Ergebnis zeigen gute Übereinstimmung. Wie man in halb-logarithmischer Darstellung (Bild 4b) erkennt, verläuft die Abkühlung zunächst nicht exponentiell: Am Anfang wird Wärme nur aus den Rand-

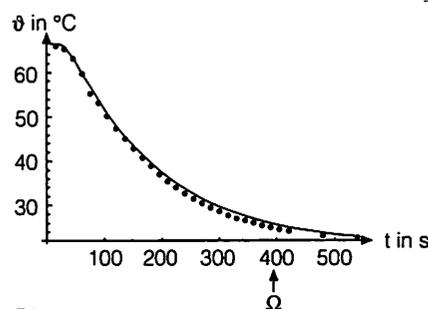


Bild 4a

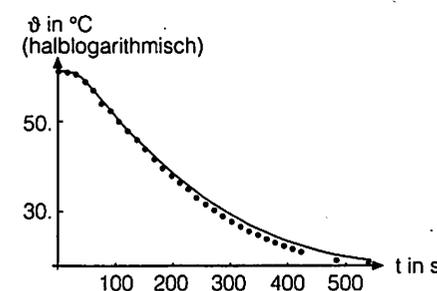


Bild 4b

bereichen der Platte abgeführt. Nach kurzer Zeit sind aber die kurzwelligen Fourierkomponenten in der Summe von Gleichung (2) abgeklungen. Z.B. beträgt zum Zeitpunkt $t = \tau$ das Verhältnis der beiden langwelligsten zur Summe beitragenden Fourierkomponenten

$$\frac{\exp(-3^2)/3}{\exp(-1^2)/1} = 10^{-4}$$

Die Platte kühlt daher nach kurzer Zeit zunächst praktisch exponentiell ab. Die zugehörige Zeitkonstante kann mit Hilfe der logarithmischen Darstellung (Bild 4b) ermittelt werden: Im Bereich des (näherungsweise) linearen Verlaufs gilt

$$T(t) \approx T_a + s_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Logarithmieren dieser Beziehung liefert $\ln(T(t) - T_a) = \ln s_1 - \frac{t}{\tau}$. Das Einsetzen zweier Wertepaare (T, t) aus dem linearen Bereich des Bildes 4b liefert zwei Gleichungen, aus denen der Wert von τ zu ungefähr $1,5 \cdot 10^2$ Sekunden berechnet werden kann. Dies stimmt etwa mit dem Wert für die charakteristische Zeit τ aus Gleichung (3) überein. Nähert sich der Betrag der langwelligsten Fourierkomponente der Außentemperatur T_a , so ergibt sich erneut eine Abweichung vom exponentiellen Verlauf. Das Newtonsche Abkühlungsgesetz, welches einen rein exponentiellen zeitlichen Temperaturverlauf annimmt, ist also nur näherungsweise gültig. Die Interpretation von τ als Ausgleichszeit ähnlich wie z.B. bei der Entladung eines Kondensators ist daher problematisch. Da für uns aber lediglich Größenordnungen wesentlich sind, können wir jedenfalls nach einer Kühdauer von einigen τ die Platte als praktisch abgekühlt betrachten.

Der mit Gleichung (6) berechnete Wert von Ω ist im Bild 4a eingetragen. Die uns interessierende Größenordnung der Ausgleichszeit wird durch die einfache Abschätzung richtig wiedergegeben. Auch bei Abkühlung der Kunststoffplatte z.B. in Wasser ist die Abschätzung brauchbar. Bei Abkühlung in Luft sind die gemessenen Zeiten (trotz zusätzlicher Wärmestrahlung und Konvektion) wesentlich länger als die mit Gleichung (6) berechneten.

Die an der Oberfläche ankommende Wärme kann in der Luft nicht genügend schnell abgeführt werden;

die Näherung einer konstanten Oberflächentemperatur ist also nicht mehr erfüllt. Für die Anwendung der Gleichung (6) muß die Temperaturleitfähigkeit des kühlenden Mediums daher größer oder mindestens vergleichbar mit der Temperaturleitfähigkeit der zu kühlenden Probe sein.

Beim Abkühlen von Fluiden unterstützt die Konvektion den Temperaturengleich innerhalb des zu kühlenden Mediums. Kühlt man auf ca. 100 °C erhitztes Wasser oder Luft (eingeschlossen in einem dünnwandigen Kupferbehälter in Quader- oder Zylinderform mit Lineardimensionen in der Größenordnung 10 cm) ab, so weichen die beobachteten Ausgleichzeiten um lediglich einen Faktor in der Größenordnung Eins von den mit Gleichung (6) berechneten Werten ab.

Im folgenden werden einige Anwendungen der Abschätzung dargestellt.

Kompressionstakt in einem Motorzylinder

Bei einer Drehzahl von 3000 Umdrehungen pro Minute beträgt die Kompressionszeit eines Gasgemisches in einem Motorzylinder ca. $60s/(3000/2) = 4 \cdot 10^{-2} s$.

Der Zylinder habe einen Grundflächenradius von einigen Zentimetern. Bei Wasserkühlung sind die Voraussetzungen zur Anwendung von Gleichung (6) näherungsweise erfüllt (siehe Abschnitt Experimentelle Untersuchung). Für die Stoffwerte des Benzin-Luft-Gemischs nehmen wir vereinfachend die Werte von Luft ($\rho = 1,3 \text{ kgm}^{-3}$; $c_v = 718 \text{ Jkg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; $\lambda = 0,03 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$). Da nur Größenordnungen interessieren, spielt die Unterscheidung zwischen c_p und c_v keine Rolle. Damit ergibt sich die Temperaturleitfähigkeit zu $D = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ und die Relaxationszeit zu

$$\Omega = \frac{(5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} \approx 1 \text{ Minute}$$

Da dies groß gegen die Kompressionszeit ist, liefert diese Abschätzung ein Argument für die adiabatische Behandlung des Kompressionsvorgangs.

Aufsteigen von warmen Luftmassen

Ein häufig diskutierter Vorgang ist das Aufsteigen warmer Luftmassen in umgebender kalter Luft aufgrund

des Auftriebs. Dabei wird angenommen, daß zwischen der warmen und der kalten Luft kein Wärmeaustausch erfolgt. Um diese Annahme zu untermauern, schätzen wir die Ausgleichszeit für ein warmes Luftvolumen mit Dimensionen in der Größenordnung hundert Meter. (Die Benutzung von Gleichung (6) liefert nach der Argumentation im letzten Abschnitt eine Untergrenze für die Abkühldauer und rechtfertigt die gezogenen Schlüsse. Die an den Luftmassengrenzen auftretenden konvektiven Verwirbelungen sind relativ schwach.)

$$\Omega = \frac{(100\text{m})^2}{3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ s}$$

Ein Temperaturengleich durch Wärmeleitung würde also etwa 10^5 Stunden dauern. Man darf die Zustandsänderung der aufsteigenden Luft daher als adiabatisch betrachten.

Eindringen von Temperaturschwankungen

Die durchgeführten Überlegungen lassen sich auch dazu nutzen, um bei bekannter Dauer der Einwirkung eines Temperaturunterschieds (zum Beispiel zwischen Erdoberfläche und darunterliegenden Bereichen) die Eindringtiefe einer Temperaturschwankung abzuschätzen. In diesem Fall ist die thermische Ausgleichszeit Ω als Dauer der Einwirkung der Temperaturdifferenz zu interpretieren. Nach Gleichung (6) hängt die Eindringtiefe d mit der Dauer der Einwirkung gemäß $d \approx \sqrt{D \cdot \Omega}$ zusammen. Das Winterhalbjahr dauert etwa 10^7 s. Die Temperaturleitfähigkeit des Erduntergrundes liegt in der Größenordnung $10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ /4/. Die Eindringtiefe der jahreszeitlichen Temperaturschwankungen liegt daher im Meterbereich. Für die täglichen Temperaturschwankungen ergibt sich eine Eindringtiefe von einigen Zentimetern. Diese Ergebnisse stehen in Übereinstimmung mit den Meßwerten /4/. Die Temperatur in einem einige Meter unter der Erdoberfläche liegenden Keller bleibt das ganze Jahr etwa gleich. Auch Wasserrohre sind in dieser Tiefe vor dem Einfrieren geschützt. Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung bei sinusförmiger Temperaturänderung liefert ein

damit übereinstimmendes Ergebnis /5/.

Ausbreitung von Schallwellen

Eine Schallwelle besteht aus räumlich (und zeitlich) periodisch aufeinanderfolgenden Über- und Unterdruckbereichen. Der Druckunterschied bewirkt ein Fortschreiten der Welle und ist ein Maß für die dabei transportierte Energie. In den Bereichen des Überdrucks ist die Temperatur höher als in den Unterdruckgebieten. Die Ausbreitung einer Schallwelle kann dann als adiabatischer Vorgang behandelt werden, wenn die Dauer des Temperaturengleichs zwischen benachbarten Gebieten erhöhter und verringerter Temperatur groß gegen die Laufzeit des Schalls ist. Dieser Temperaturengleich geschieht durch Wärmeleitung sowie durch innere Reibung /6/. Beide Beiträge sind in Gasen nach der kinetischen Wärmetheorie von der gleichen Größenordnung /3/. Die innere Reibung wird daher im Rahmen unserer Abschätzung nicht berücksichtigt.

In mehratomigen Gasen trägt auch der Transfer von Energie in innere Freiheitsgrade (bei Zimmertemperatur vor allem die Molekülrotation) bei /6/. Dieser Beitrag wird jedoch nur dann wesentlich, wenn die Relaxationsrate für den Zerfall der angeregten Molekülrotation mit der Frequenz der Schallwelle vergleichbar ist /5/. Dies ist im menschlichen Hörbereich nicht der Fall. Wir betrachten aus diesen Gründen nur den Temperaturengleich durch Wärmeleitung. Um hierzu eine quantitative Abschätzung zu erhalten, bewegen wir uns in Gedanken mit Schallgeschwindigkeit v_{schall} mit der Schallwelle mit und betrachten in Bild 5 den Temperaturverlauf in einem Wellenausschnitt der Länge Λ (Wellen-

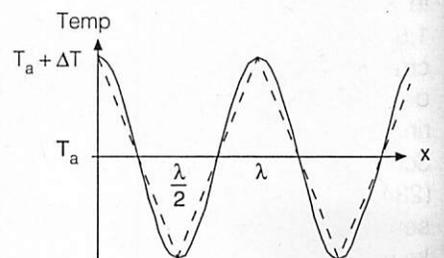


Bild 5

länge). Der Temperaturverlauf folge dem Druckverlaufphasengleich (Abweichungen davon entstehen durch Anregungen innerer Freiheitsgrade in mehratomigen Gasen /6/). Wir linearisieren den räumlichen Temperaturverlauf in der Welle (gestrichelt in Bild 5). Die Energie

$$W = c_v \rho A \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{2} \Delta T$$

der Welle im Bereich 0 bis $\lambda/4$ fließt durch Wärmeleitung nach rechts.

Die Wärmeleistung $P = A \lambda \cdot \frac{\Delta T}{dx}$ wird durch den Temperaturgradienten

$$\frac{dT}{dx} \approx \frac{\Delta T}{\lambda/4}$$

getrieben.

Die Wärmeenergie fließt in der Zeit

$$\Omega \approx \frac{W}{P} = \frac{c_v \rho A \frac{\lambda}{4} \frac{\Delta T}{2}}{A \lambda \frac{\Delta T}{\frac{\lambda}{4}}} = \frac{\lambda^2}{32D}$$

ab. Die Temperatur hat sich dann im wesentlichen ausgeglichen. Analoge Überlegungen gelten für alle Ab-

schnitte der Welle. Während der Zeit Ω legt die Welle die Strecke $\Omega \cdot v_{\text{Schall}}$ (Absorptionslänge) zurück. Die Größenordnung des Absorptionskoeffizienten α ist durch den Kehrwert der Absorptionslänge gegeben. Dieser ergibt sich also zu

$$\alpha \approx \frac{32D}{\lambda^2 v_{\text{Schall}}}$$

Diese Überlegungen liefern die gleiche Größenordnung für den Absorptionskoeffizienten wie die aufwendige Lösung der Wärmeleitungsgleichung /5/. Vor allem aber ergibt sie in physikalisch durchsichtiger Weise die Wellenlängenabhängigkeit $\alpha \sim \lambda^{-2}$.

Die Größenordnung der Absorptionslänge liegt für Schall mit einer Frequenz von 1 kHz in Luft bei etwa 40 km! Der Temperaturengleich innerhalb einer Schallwelle dieser Frequenz ist bei einer zurückgelegten Entfernung von einigen hundert Metern daher vernachlässigbar. Solche Schallwellen breiten sich demnach praktisch adiabatisch aus.

Ich danke Prof. Dr. Karl Luchner für viele fruchtbare Diskussionen.

Literatur

- /1/ Luchner, K.: Mißverständnis bei der Definition der Wärmeleitfähigkeit? – In: Physik und Didaktik. – 2 (1977)
- /2/ Schmid, E. W.; Spitz, G.; Löscher, W.: Theoretische Physik mit dem Personal Computer. – Springer Verlag, 1987
- /3/ Landau, L. D.; Lifschitz, E. M.: Mechanik und Molekularphysik. – Akademie Verlag. – Berlin, 1970
- /4/ Geiger, R.: Das Klima der bodennahen Luftschichten. – Vieweg Verlag, 1961
- /5/ Kittel, C.: Physik der Wärme. – Oldenbourg Verlag, 1989
- /6/ Bergmann, L.: Der Ultraschall. – Hirzel Verlag. – Zürich, 1949

Dipl.-Phys. StR Roland Berger
Sektion Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München
Lehrstuhl für Didaktik der Physik
Schellingstr. 4, 80799 München

Anzeige

Eine Klasse für sich!

Die INTERSCHUL ist die Fachmesse für den gesamten Bildungsmarkt – von Kindergarten über Schule und Hochschule bis hin zur beruflichen und privaten Aus- und Weiterbildung. Hier präsentieren Aussteller die aktuellsten Medien, Konzepte und Ideen im Bereich Bildung.

Die INTERSCHUL '97 BERLIN bietet Ihnen zusätzlich ein umfangreiches Rahmenprogramm mit über 400 Vorträgen, Seminaren und Workshops, an denen Sie während Ihres Messebesuches kostenlos teilnehmen können.

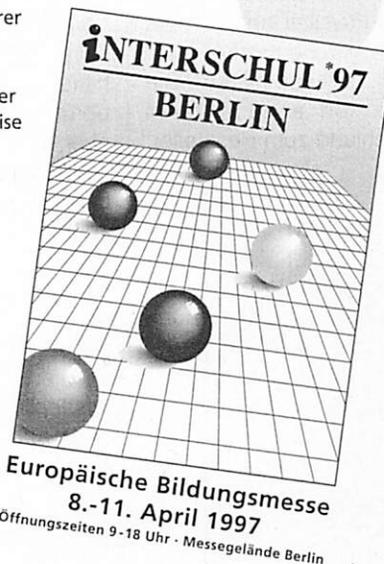
In fast allen Bundesländern können sich Lehrer für den Besuch der INTERSCHUL '97 BERLIN freistellen lassen. Gruppenreisen per Bus werden mit einem Bonus unterstützt. Dieser ermöglicht Ihnen eine kostengünstige Anreise aus dem gesamten Bundesgebiet.

Foren auf der INTERSCHUL '97 BERLIN:

- Wirtschaft + Weiterbildung
- Multimedia
- Schulbuch
- Freie Schulen

Weitere Sonderschauen und Aktionen:

- Neue Medien
- Aus- und Weiterbildung
- "Schule live" - Live-Unterricht in Musterklassenzimmern
- Aktionsbühne für den vorschulischen und Grundschulbereich



Ideeller Träger:

Verband der Schulbuchverlage e.V.
Zeppelinallee 33 · D-60325 Frankfurt/Main



Veranstalter:

Messe Berlin GmbH
Messedamm 22 · D-14055 Berlin
Telefon 030/30 38-0 · Telefax: 030/30 38-20 30
email: interschul@messe-berlin.de
Internet: http://www.messe-berlin.de/interschul

Messe Berlin